**Feuille 3 – Sous-espaces vectoriels**

|  |
| --- |
| Soit un -ev (avec ou ). On a :  est un sev de  Si de plus, et sont deux sev de , on a : |

Exercice 1 :

Soit l’ensemble des fonctions continues de et . Déterminer si les parties suivantes de sont des sous-espaces vectoriels :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Soient maintenant et . L’ensemble est-il un sous-espace vectoriel de  ? De même, est-ce que l’ensemble est un sous-espace vectoriel de  ?

Exercice 2 :

Soient et . Pour tout on pose tels que les sont tous différents et on définit définie par

Montrer que la famille est libre dans .

Exercice 3 :

L’ensemble est-il un sous-espace vectoriel de  ?

Exercice 4 :

Soit . Soit l’ensemble des fonctions -périodiques, et l’ensemble des fonctions convergeant vers 0 en .

1. Montrer que et sont des sous-espaces vectoriels de .
2. Montrer que .
3. Montrer que et ne sont pas supplémentaires dans . (On pourra par exemple considérer la fonction identité).